Ejercicio 13 de la relación de problemas. Discutir, según los valores de los parámetros a y b, y resolver, en su caso, los siguiente sistemas de ecuaciones:

$$a)\left\{\begin{array}{c} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=a \\ x+y+az=a^2 \end{array}\right., \quad b)\left\{\begin{array}{c} ax+by+z=1 \\ ax+y+bz=1 \\ ax+y+z=b \end{array}\right., \quad c)\left\{\begin{array}{c} 3x-y=ax \\ 5x+y+2z=ay \\ 4y+3z=az \end{array}\right..$$

b) En este caso tenemos dos parámetros y según los valores de los parámetros el rango de A y la ampliada nos queda:

$$rango(A)=\begin{cases} 3 & si\ a\neq 0\ y\ b\neq 1 \\ 2 & si\ a=0\ y\ b\neq 1 \\ 1 & si\ a=0\ y\ b=1 \end{cases}$$

$$rango(A|b)=\begin{cases} 3 & si\ a\neq 0\ y\ b\neq 1 \\ 3 & si\ a=0\ y\ b\neq 1,-2 \\ 2 & si\ a=0\ y\ b=-2 \\ 1 & si\ a=0\ y\ b=1 \end{cases}$$

Usando el teorema de Rouche-Frobenius:

- Si $a\neq 0\ y\ b\neq 1$, el sistema es compatible determinado (S.C.D.).
- Si $a=0\ y\ b=-2$, el sistema es compatible indeterminado (S.C.I.) con un grado de libertad (1 parámetro)
- Si $a=0\ y\ b=1$, el sistema es compatible indeterminado (S.C.I.) con dos grados de libertad (2 parámetros)
- Si $a=0\ y\ b\neq 1,-2$, el sistema es un sistema incompatible (S.I.).

Ejercicio 13 de la relación de problemas. Discutir, según los valores de los parámetros a y b, y resolver, en su caso, los siguiente sistemas de ecuaciones:

$$a)\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=a \\ x+y+az=a^2 \end{cases}, \qquad b)\begin{cases} ax+by+z=1 \\ ax+y+bz=1 \\ ax+y+z=b \end{cases}, \qquad c)\begin{cases} 3x-y=ax \\ 5x+y+2z=ay \\ 4y+3z=az \end{cases}.$$

c) En este caso, se trata de un sistema homogéneo, nótese que primero tenemos que pasar a la izquierda los terminos *ax*, *ay* y *az*. Según el valor del parámetro el rango de A y de la ampliada (en este caso coincide ya que ampliamos con ceros) nos queda:

$$rango(A)=rango(A|b)=\begin{cases} 3 & si\ a\neq 0,3,4 \\ 2 & sia=0,3\ o\ 4 \end{cases}$$

Usando el teorema de Rouche-Frobenius:

- Si $a\neq 0,3,4$, el sistema es compatible determinado (S.C.D.).
- Si $a=0,3\ o\ 4$, el sistema es compatible indeterminado (S.C.I.) con un grado de libertad (1 parámetro)